Machines thermiques

I. Les 2 principes appliqués aux machines

Les machines thermiques ont été l'un des motivateurs principaux de la thermodynamique. On va appliquer les premiers et second principe dans cette optique.

1) 1^er^ principe

Rappel:

> ϕ PRINCIPE:
> $\Delta(U + E_m) = Q + W$

Dans une machine, on aura $\Delta E_m = 0$, et une machine aura un fonctionnement cyclique, donc sur un cycle $\Delta U = 0$.

La version du 1^er^ principe utilisé dans les machines sera donc:

$$Q + W = 0$$

- Si le travail est positif, le travail est reçu, donc $Q < 0 \rightarrow$ réfrigérateurs, pompe à chaleur
- Si le travail est négatif, il est fourni $\rightarrow$ moteurs

2) Second principe version clausius

On a:

$$\Delta S = S_{\text{cr}} + S_{\text{éch}}$$

On sait que $S_{\text{cr}} \geq 0$ et $S_{\text{éch}} = \sum \frac{Q_i}{T_i}$ Donc:

$$\Delta S \geq \sum \frac{Q_i}{T_i}$$

Sur un cycle, on revient au même point et S est une fonction d'état, donc:

$$\Delta S = 0$$

Donc:

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

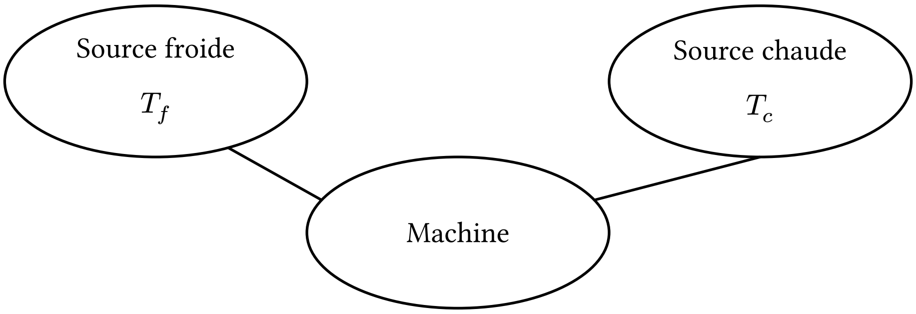
3) Second principe version Kelvin - Inexistence des moteurs monothermes

Dans le cas d'une machine monotherme (1 seule source de chaleur), on a: $\dfrac{Q}{T_{\text{th}}} \leq 0 \Rightarrow Q \leq 0$

Comme $Q \leq 0$, alors $W \geq 0$. Il est donc **impossible** de créer un moteur monotherme.

4) Machines dithermes = Diagramme de Raveau

Dans le cas d'une machine ditherme, on considère deux thermostat, une source chaude T_c et une source froide T_f (avec $T_f < T_c$)

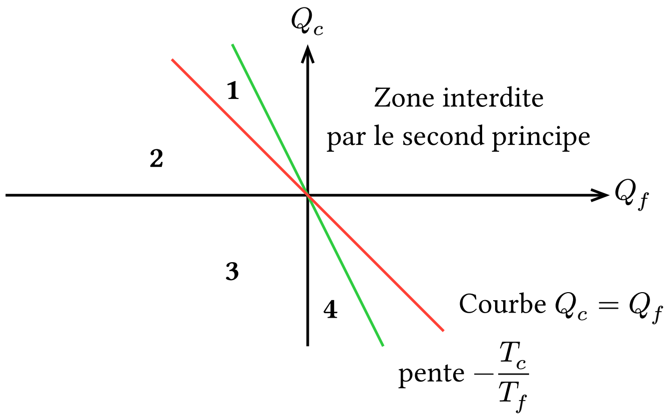


- Par le premier principe, $W + Q_c + Q_f = 0$
- Par le second principe,

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$$

$$\Rightarrow Q_C \leq -\underbrace{\frac{T_c}{T_f}}_{>1} Q_f$$

Donc:



En reprenant le 1^er principe:

$$W + Q_c + Q_f = 0 \Leftrightarrow Q_c = -W - Q_f$$

- Dans la zone **2**, on a:

$$\begin{cases} Q_C > 0 \\ Q_F < 0 \\ W > 0 \end{cases}$$

La machine reçoit de l'energie pour faire un transfert de la source chaude vers la source froide. La machine ne sert donc à rien.

- Dans la zone **3**, on a:

$$\begin{cases} Q_C < 0 \\ Q_F < 0 \Leftrightarrow Q < 0 \\ W > 0 \end{cases}$$

Pas intéressant car équivalent à une machine monotherme.

- Dans la zone **1**, on a $W < 0$, donc $Q_c \geq -Q_f$. C'est un moteur.
- Dans la zone **4**, on a $W > 0$, $Q_F > 0$ et $Q_C < 0$. La machine reçoit un travail pour faire un transfert thermique de la source froide vers la source chaude (pour refroidir la source froide). La machine est donc un réfrigérateur ou une pompe à chaleur.

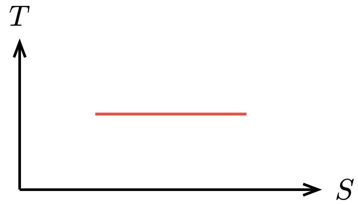
II. Diagramme entropique $T = f(S)$

1) Définition

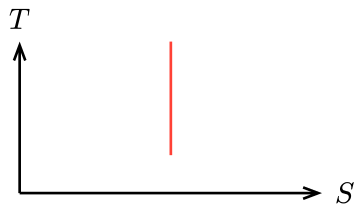
On parle de diagramme entropique si on trace la température en fonction de l'entropie.

2) Allure des différentes transformations dans ce diagramme

Une transformation isotherme forme une droite horizontale:



Une transformation isentropique (adiabatique et réversible) forme une droite verticale.



Cas d'une transformation isochore, avec un gaz parfait:

$$\mathrm{d}U = C_V\,\mathrm{d}T = T\,\mathrm{d}S - P\,\mathrm{d}V$$

$$\mathrm{d}S = C_V\frac{\mathrm{d}T}{T} + \frac{P}{T}\,\mathrm{d}V = C_V\frac{\mathrm{d}T}{T} + nR\frac{\mathrm{d}V}{V}$$

$$\Delta S = C_V \ln\left(\frac{T_F}{T_i}\right) + nR\ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

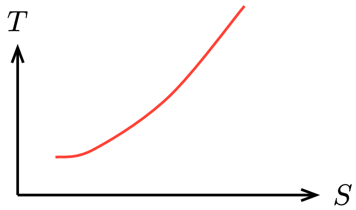
Comme la transformation est isoschore:

$$V_f = V_i \Rightarrow \Delta S = C_V \ln\left(\frac{T_F}{T_I}\right)$$

Donc:

$$T = Ke^{\frac{S}{C_V}}$$

La courbe aura donc une allure exponentielle:



Dans le cas d'une transformation isobare avec un gaz parfait:

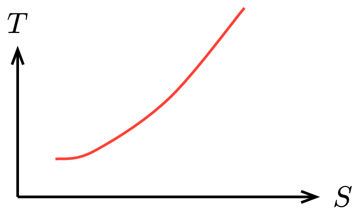
$$\mathrm{d}H = C_P \,\mathrm{d}T = T \,\mathrm{d}S + V \,\mathrm{d}P$$

$$\mathrm{d}S = C_P \frac{\mathrm{d}T}{T} - \frac{V}{T} \,\mathrm{d}P$$

$$\mathrm{d}S = C_P \frac{\mathrm{d}T}{T} - nR \frac{\mathrm{d}P}{P}$$

$$\Delta S = C_P \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) = C_P \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$$

Donc la courbe possède la même allure:



3) Interprétation de l'aire d'un cycle dans le diagramme entropique

On se rapelle le diagramme (P, V). Si la transformation étudiée est quasistatique, l'aire dans le diagramme (P, V) correspond au travail des forces de pression du système ($\delta W = -P_{\text{ext}} \,\mathrm{d}V \approx -P \,\mathrm{d}V$).

Pour un même cycle, si on le parcours dans le sens inverse, le travail est opposé (on peut fournir ou recevoir du travail en inversant l'ordre des transformations).

Dans le diagramme entropique, dans un cycle on a:

$$W + Q = 0 \Rightarrow W = -Q$$

Si la transformation du cycle est réversible:

$$\mathrm{d}S = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} \Rightarrow \delta Q_{\text{rev}} = T \,\mathrm{d}S$$

Donc:

$$W_{\text{rev}} = -Q_{\text{rev}} = -\int T \,\mathrm{d}S$$

Donc l'aire dans le diagramme entropique correspond de même au travail du système.

✓ Tip:
Avec certains cycles, il sera plus facile de calculer l'aire dans le diagramme (P, V) que dans le diagramme (T, S)

III. Moteurs thermiques

1) Principe

Un moteur est un système thermodynamique ditherme qui fournit du travail.

Montrons qu'il reçoit de la chaleur d'une source chaude et qu'il en fournit à une source froide (Donc $Q_C > 0$ et $Q_F < 0$)

Comme $W < 0$:
- Par premier principe, $W + Q_F + Q_C = 0$
- Par second principe, $\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0$

Donc: $Q_F = -W - Q_C$

$$\frac{-W - Q_C}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0$$

$$Q_C \left(\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_F}\right) \leq \frac{W}{T_F} < 0 \text{ (par hypothèse)}$$

$$T_C > T_F \Leftrightarrow \frac{1}{T_C} < \frac{1}{T_F}$$

Donc:

$$\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_F} < 0$$

$$\Rightarrow Q_C > 0$$

Et:

$$Q_F \leq -\frac{T_F}{T_C} Q_C < 0 \Rightarrow Q_F < 0$$

2) Efficacité / Rendement

La grosse différence entre les moteurs et les autres machines thermiques, c'est que le rendement d'un moteur sera toujours inférieur à 1. Les pompes à chaleur et les réfrigérateurs permettent eux un rendement supérieur à 1 (le travail est utilisé pour transférer la chaleur)

On définit le rendement par:

$$r = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur coûteuse}}$$

Ici, la grandeur utile est W et la grandeur coûteuse est Q_C. Ici, le travail étant négatif et Q_C étant positif, on pose:

$$r = -\frac{W}{Q_C}$$

3) Maximum théorique d'efficacité - Théorème de Carnot

On étudie un moteur, donc:

- $W < 0$
- $Q_C > 0$
- $Q_F < 0$

Par le premier principe:

$$W + Q_C + Q_F = 0$$

Par le second principe:

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$$

On pose le rendement:

$$e = -\frac{W}{Q_C}$$

En reformulant le premier principe:

$$W = -Q_C - Q_F$$

Donc en reprenant le rendement:

$$e = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

Donc:

$$Q_F \leq -\frac{T_F}{T_C} Q_C$$

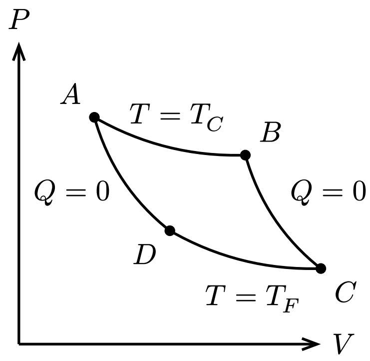
On obtient donc le théorème de Carnot, qui correspond au rendement maximal obtenable avec un moteur:

$$\boxed{e \leq 1 - \frac{T_F}{T_C} = e_C \text{ le rendement de Carnot}}$$

4) Cycle de Carnot

On étudie un gaz parfait.

On pose le cycle suivant, avec deux transformations isothermes (avec $PV =$ constante) et deux transformations adiabatiques (avec $PV^\gamma =$ constante):



On veut calculer le travail et le transfert thermique pour chacune des transformations, afin de calculer le rendement de ce cycle:

- Pour les transformations isothermes,

$$\Delta U = Q + W = 0 \text{ par } 1^{\text{ere}} \text{ loi de joule}$$

$$W = -nRT \ln \frac{V_\mathrm{f}}{V_\mathrm{i}}$$

  - Pour la transformation à température chaude:

$$W = -nRT_C \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$\Rightarrow Q_C = nRT_C \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

  - Pour la transformation à température froide

$$W = -nRT_F \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$$

$$Q_F = nRT_F \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$$

- En utilisant les transformations adiabatiques, on peut calculer les volumes:

$$PV^\gamma = \text{constante} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{constante}$$

$$\Rightarrow T_C V_A^{\gamma-1} = T_F V_D^{\gamma-1} \Rightarrow V_D = V_A \left(\frac{T_C}{T_F}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\text{et } V_C = V_B \left(\frac{T_C}{T_F}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Donc:

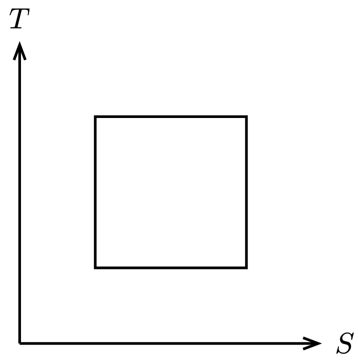
$$Q_F = nRT_F \ln\left(\frac{V_A \left(\frac{T_C}{T_F}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{V_B \left(\frac{T_C}{T_F}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}\right) = -nRT_F \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

Donc:

$$e = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = e_C$$

Il existe donc une transformation moteur qui permet d'obtenir un rendement de Carnot.

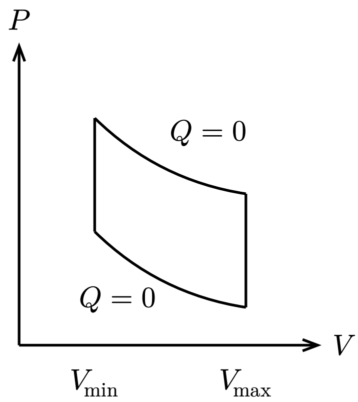
Dans le diagramme (S, T), le cycle de Carnot est un rectangle:



5) Autres cycles

a) Cycle de Rochas / Otto

✓ Tip:
Si on nous demande de faire un tracé, il faut justifier l'allure des courbes



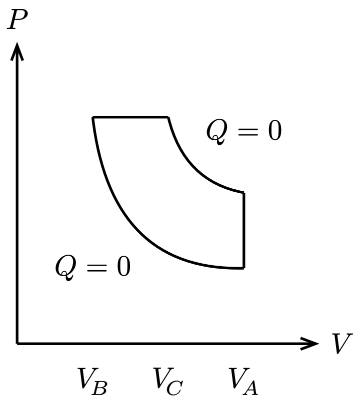
En notant $a = \frac{V_{\max}}{V_{\min}}$, on a:

$$e = 1 - a^{1-\gamma}$$

⋺ TODO:
À reprouver (exercice)

Le cycle de Rochas/Otto est celui sur lequel sont basés les moteurs thermiques à essence.

b) Le cycle Desiel



Le cycle de est celui sur lequel sont basés les moteurs thermiques diesel.

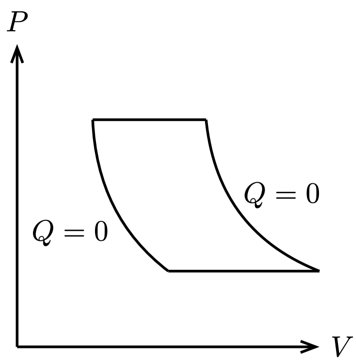
On pose:

$$\alpha = \frac{V_A}{V_B} \text{ et } \beta = \frac{V_A}{V_C}$$

Le rendement est alors de la forme:

$$e = 1 - \frac{\alpha^{-\gamma} - \beta^{-\gamma}}{\gamma(\alpha^{-1} - \beta^{-1})}$$

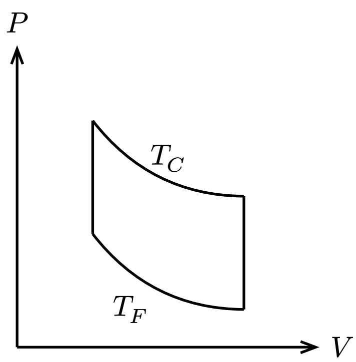
c) Le cycle de Brayton



$$a = \frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{min}}}$$

$$e = 1 - a^{\frac{-1-\gamma}{\gamma}}$$

d) Le cycle de Stirling (qu'on fera en TP)



Il possède le même rendement que le cycle de Carnot:

$$e = 1 - \frac{T_F}{T_C} = e_C$$

IV. Machines frigorifiques

Le principe d'une machine frigorifique est de maintenir une source froide à sa température.

On considère qu'une source froide se réchauffe de manière spontanée (par transfert thermique avec la source chaude)

La machine reçoit un transfert thermique Q_F de la source froide, un travail extérieur et un transfert thermique Q_C de la source chaude:

- $W > 0, Q_F > 0, Q_C < 0$

> ⚠ Warn:
> Ici, on suppose que Q_C représente le transfert reçu de la source chaude. Comme la machine frigorifique envoit un transfert vers la source chaude, le transfert reçu est négatif. Faire attention aux conventions.

1) Efficacité

On rappelle qu'on définit l'efficacité par:

$$e = \frac{\text{utile}}{\text{couteux}} = \frac{Q_F}{W}$$

V. Théorème de Carnot

Pour le théorème de carnot, on a: Par le premier principe:

$$W + Q_C + Q_F = 0$$

$$\Rightarrow W = -Q_C - Q_F$$

Alors:

$$e = \frac{Q_F}{-Q_C - Q_F} = \frac{-1}{1 + \frac{Q_C}{Q_F}}$$

Par le second principe:

$$\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0$$

$$1 + \frac{Q_C}{Q_F} \leq 1 - \frac{T_C}{T_F}$$

On passe à l'inverse:

$$\frac{1}{1 + \frac{Q_C}{Q_F}} \geq \frac{1}{1 - \frac{T_C}{T_F}}$$

Donc:

$$e = \frac{-1}{1 + \frac{Q_C}{Q_F}} \leq \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = e_C$$

VI. Pompe à chaleur

1) Principe

Le principe d'une pompe à chaleur est de maintenir une source chaude à sa température en ponctionnant de la chaleur dans une source froid.

La machine reçoit un transfert thermique Q_F de la source froide, un travail extérieur et un transfert thermique Q_C de la source chaude:
- $W > 0$, $Q_F > 0$, $Q_C < 0$

2) Efficacité

$$e = \frac{\text{utile}}{\text{couteux}} = -\frac{Q_C}{W}$$

3) Théorème de Carnot

Par le premier principe:

$$W + Q_C + Q_F = 0$$

$$\Rightarrow W = -Q_C - Q_F$$

Alors:

$$e = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_C}{-Q_C - Q_F} = \frac{1}{1 + \left(\frac{Q_F}{Q_C}\right)}$$

Par le second principe:

$$\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow Q_F \leq -\frac{T_F}{T_C} Q_C$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \geq -\frac{T_F}{T_C} + 1$$

D'où:

$$\boxed{e = \frac{1}{1 + \left(\frac{Q_F}{Q_C}\right)} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}} = \frac{T_C}{T_C - T_F} = e_C}$$

VII. Machines réelles

1) Quelques exemples de rendements pour des machines courantes

Machine	Source Froide	Source chaude	Rendement de Carnot	Rendement Réel
Moteur de voiture	Atmosphère, 300K	Combustion de gaz, 3000K	$\approx 90\%$	Entre 15 et 36 %
Centrale thermique	Eau, 300K	Au plus 600K	$\approx 50\%$	Entre 30 et 40 %
Réfregirateur	$-15°C$	20°C	5	Environ 2
Pompe à chaleur	7°C	35°C	11	Entre 3 et 5

2) Cogénération

L'idée de la cogénération est d'utiliser la chaleur générée par un système réfrigérateur ou moteur comme source chaude pour un autre système.

On considère le système suivant:
- Un moteur de travail utile $W_U < 0$
- Une soruce chaude (combustion) $Q_C > 0$
- On récupère un transfert thermique utile Q_U

On définit le **rendement global**:

$$r_G = \frac{|W_U| + |Q_U|}{|Q_C|}$$

Ainsi que le **rapport chaleur force**:

$$C_F = \frac{|Q_U|}{|W_U|}$$

a) Exemple d'exercice de cogénération

Pour optimiser la production énergétique, on peut utiliser le principe de la cogénération. On considère une centrale électrique constituée d'un moteur M produisant une puissance $\mathcal{P} = 900$ MW permettant d'entraîner les turbines d'un alternateur produisant l'électricité. Pour fonctionner, ce moteur requiert la production d'une puissance thermique $\mathcal{P}_C = 1{,}5$ GW et fournit une puissance thermique $\mathcal{P}_{F,1}$ à une source froide. Au lieu de "perdre" cette puissance thermique, on l'utilise pour chauffer de l'eau permettant d'alimenter un système de chauffage. Cette opération subit des pertes thermiques, le circuit de chauffage ne reçoit que 80 % de la puissance thermique reçue. Quant à la puissance fournie par le moteur, les pertes réduisent de 10 % sa valeur.

1. Calculer la puissance thermique $\mathcal{P}_{F,1}$.
2. Exprimer la puissance utile $\mathcal{P}_U$ ainsi que la puissance thermique utile $\mathcal{P}_{th,U}$.
3. En déduire le rendement global défini par $r_g = \dfrac{\mathcal{P}_U + \mathcal{P}_{th,U}}{\mathcal{P}_C}$.
4. Le comparer au rendement en l'absence de cogénération.
5. Calculer le rapport chaleur - force défini par $CF = \dfrac{\mathcal{P}_{th,U}}{\mathcal{P}_U}$.

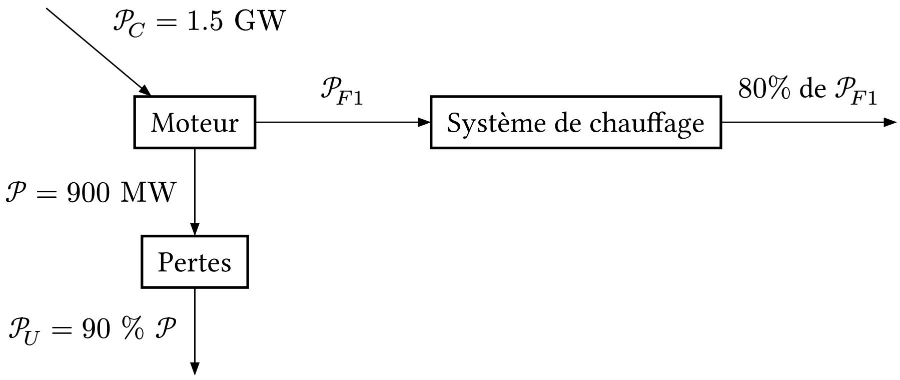


Fig. 14. – Diagramme des transferts énergitiques

1. On a:

$$\Delta U = 0 = Q_C - Q_{F1} - W$$
$$0 = \mathcal{P}_C - \mathcal{P}_{F1} - \mathcal{P}$$
$$\mathcal{P}_{F1} = \mathcal{P}_C - \mathcal{P} = 600 \text{ MW}$$

2. $$\mathcal{P}_U = 90~\% \times \mathcal{P} = 810 \text{ MW}$$

$$\mathcal{P}_{\text{th,U}} = 80~\% \times \mathcal{P}_{F1} = 480 \text{ MW}$$

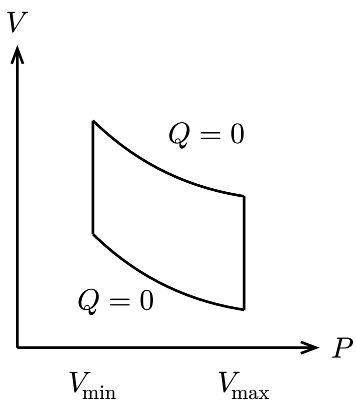
3. $$r_g = \frac{\mathcal{P}_U + \mathcal{P}_{\text{th,U}}}{\mathcal{P}_C} = 86\%$$

4. $$r = \frac{\mathcal{P}_U}{\mathcal{P}_C} = 54~\%$$

5. $$C_F = \frac{\mathcal{P}_{\text{th,U}}}{\mathcal{P}_U} = 59~\%$$

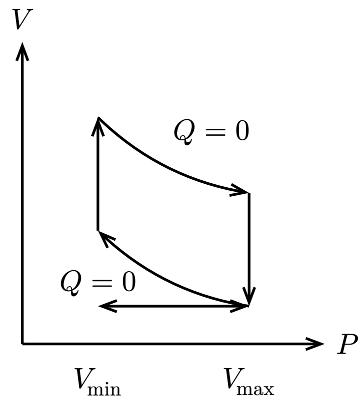
3) Moteur à explosion

On rappelle le modèle théorique du moteur à explosion, le cycle Rochas/Otto:

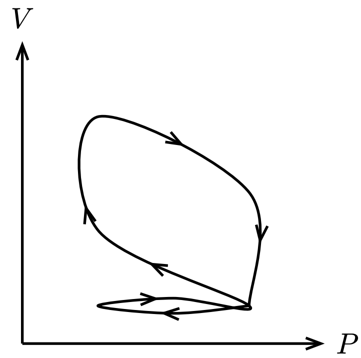


Dans la réalité, on ajoute des étapes en plus:
- On a une phase d'admission: on doit faire rentrer les gaz à brûler
- Une phase d'allumage (on a besoin d'un transfert thermique)
- Une phase de combustion
- Une phase d'éjection (on doit faire sortir les gazs de combustion)

On ajoute donc deux étapes au cycle de Rochas/Otto, au début et à la fin, correspondant à la phase d'admission et d'éjection:



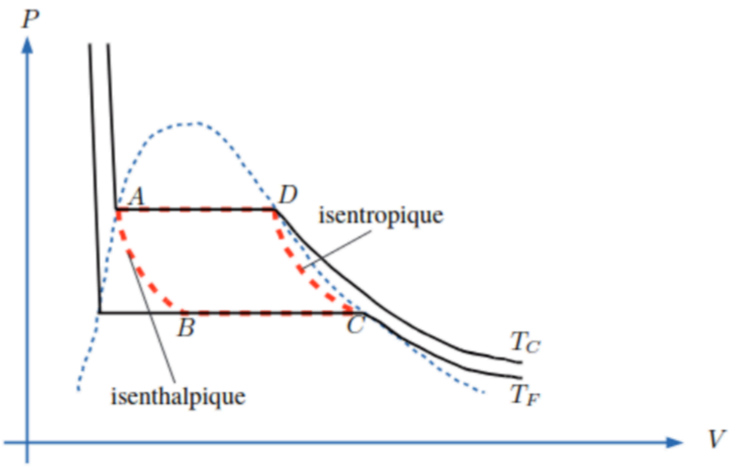
Ou, dans la vrai vie:



4) Réfrigérateur à fréon

Les étapes d'un réfrigérateur sont:

1. Détente isenthalpique de joule thomson AB diminuant la température du fluide
2. Vaporisation à pression et température constante BC en recevant Q_F, de source froide (contenu du réfrigérateur)
3. Compression calorifugée CD
4. Évolution isotherme et isobare dans condenseur cédant Q_C à source chaude (air de la pièce)



point du cycle	P(bar)	T(K)	titre x
A	7,5	303	0,00
B	2,2	263	0,24
C	2,2	263	0,98
D	7,5	303	1,00

Exercice: caluler l'efficacité.

5) Machine de Sterling

(On verra en TP)

VIII. Tableau récapitulatif

	Moteurs	Frigo	Pompe à chaleur
W	< 0	> 0	> 0
Q_C	> 0	< 0	< 0
Q_F	< 0	> 0	> 0
Grandeur utile	W	Q_F	Q_C
Grandeur coûteuse	Q_C	W	W
Efficacité	$-\frac{W}{Q_C}$	$\frac{Q_F}{W}$	$-\frac{Q_C}{W}$
Eff. de Carnot	$1-\frac{T_F}{T_C}$	$\frac{T_F}{T_C-T_F}$	$\frac{T_C}{T_C-T_F}$